

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2010

Proba E c)

Probă scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

- Toate subiectele (I, II, III) sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.
- La toate subiectele se cer rezolvări complete.

СУБЈЕКАТ I

(30 бодова)

- 56 1. Израчунајте $((1-i)(i-1))^4$.
- 56 2. Докажите да функција $f: (-3, 3) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln \frac{3-x}{3+x}$ је непарна.
- 56 3. Одредите цела решења неједначине $x^2 + 2x - 8 < 0$.
- 56 4. Колико елемената скупа $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ су дељиви са 4 или са 5?
- 56 5. У систему координата xOy сматрају се тачке $M(1, -2)$, $N(-3, -1)$ и $P(-1, 2)$. Одредите координате тачке Q тако да $MNPQ$ буде паралелограм.
- 56 6. Троугао ABC има $AB = 6$, $AC = 3$ и $BC = 5$. Израчунајте дужину висине $[AD]$.

СУБЈЕКАТ II

(30 бодова)

1. Нека је систем $\begin{cases} x - 2y - 8z = -65 \\ 3x + y - 3z = 22 \\ x + y + z = 28 \end{cases}$, где $x, y, z \in \mathbb{R}$ и матрица придружена систему $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -8 \\ 3 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.
- 56 a) Докажите да ранг матрице A једнак је са 2.
- 56 b) Решите систем у $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- 56 c) Одредите број решења система из скупа $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.
2. Нека је скуп матрица $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z}_5 \right\}$.
- 56 a) Одредите број елемената скупа A .
- 56 b) Докажите да постоји ненулта матрица $M \in A$ тако да $\begin{pmatrix} \hat{3} & \hat{1} \\ -\hat{1} & \hat{3} \end{pmatrix} \cdot M = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}$.
- 56 c) Решите у скупу A једначину $X^2 = I_2$.

СУБЈЕКАТ III

(30 бодова)

1. Сматра се функција $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \arctg \frac{x}{x+1}$.
- 56 a) Одредите једначину асимптоте на график функције f , према $+\infty$.
- 56 b) Испитајте монотоност функције f .
- 56 c) Одредите превојне тачке функције f .
2. Нека је низ $(I_n)_{n \geq 1}$, $I_n = \int_n^{n+1} \frac{2x-1}{x} dx$.
- 56 a) Докажите да низ $(I_n)_{n \geq 1}$ је строго растући.
- 56 b) Докажите да низ $(I_n)_{n \geq 1}$ је ограничен.
- 56 c) Израчунајте $\lim_{n \rightarrow +\infty} n(2 - I_n)$.