

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2010

Proba E c)

Probă scrisă la MATEMATICĂ

Varianta 9

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică - informatică.

Filiera vocațională, profilul militar, specializarea matematică - informatică.

• Alle Themen (I, II, III) sind verpflichtend. Von Amts wegen 10 Punkte.

• Die effektive Arbeitszeit beträgt 3 Stunden.

• Bei allen Themen werden vollständige Lösungen verlangt.

I. THEMA

(30 Punkte)

- 5p 1. Berechne $\left((1-i)(i-1)\right)^4$.
- 5p 2. Zeige, dass die Funktion $f: (-3, 3) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln \frac{3-x}{3+x}$ eine ungerade Funktion ist.
- 5p 3. Bestimme die ganzzahligen Lösungen der Ungleichung $x^2 + 2x - 8 < 0$.
- 5p 4. Wie viele Elemente der Menge $A = \{1, 2, 3, \dots, 100\}$ sind durch 4 oder 5 teilbar?
- 5p 5. Im xOy -Achsensystem seien die Punkte $M(1, -2)$, $N(-3, -1)$ und $P(-1, 2)$. Bestimme die Koordinaten des Punktes Q , so dass $MNPQ$ ein Parallelogramm ist.
- 5p 6. Das Dreieck ABC hat $AB = 6$, $AC = 3$ und $BC = 5$. Berechne die Länge der Höhe $[AD]$.

II. THEMA

(30 Punkte)

1. Gegeben sei das System
$$\begin{cases} x - 2y - 8z = -65 \\ 3x + y - 3z = 22 \\ x + y + z = 28 \end{cases}$$
, wobei $x, y, z \in \mathbb{R}$ und die Matrix $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -8 \\ 3 & 1 & -3 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, die dem System zugeordnet wird.
- 5p a) Zeige, dass der Rang der Matrix A gleich mit 2 ist.
- 5p b) Löse das System in $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- 5p c) Bestimme die Anzahl der Lösungen des Systems in der Menge $\mathbb{N} \times \mathbb{N} \times \mathbb{N}$.
2. Gegeben sei die Menge der Matrixen $A = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{Z}_5 \right\}$.
- 5p a) Bestimme die Anzahl der Elemente der Menge A .
- 5p b) Zeige, dass es eine Matrix $M \in A$, verschieden von Null, gibt, so dass $\begin{pmatrix} \hat{3} & \hat{1} \\ -\hat{1} & \hat{3} \end{pmatrix} \cdot M = \begin{pmatrix} \hat{0} & \hat{0} \\ \hat{0} & \hat{0} \end{pmatrix}$.
- 5p c) Löse die Gleichung $X^2 = I_2$ in der Menge A .

III. THEMA

(30 Punkte)

1. Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \arctg \frac{x}{x+1}$.
- 5p a) Bestimme die Gleichung der Asymptote zu $+\infty$ an das Schaubild der Funktion f .
- 5p b) Untersuche die Monotonie der Funktion f .
- 5p c) Bestimme die Inflexionspunkte der Funktion f .
2. Gegeben sei die Folge $(I_n)_{n \geq 1}$, $I_n = \int_n^{n+1} \frac{2x-1}{x} dx$.
- 5p a) Zeige, dass die Folge $(I_n)_{n \geq 1}$ streng wachsend ist.
- 5p b) Zeige, dass die Folge $(I_n)_{n \geq 1}$ beschränkt ist.
- 5p c) Berechne $\lim_{n \rightarrow +\infty} n(2 - I_n)$.