MINISTERUL EDUCAȚIEI ŞI CERCETĂRII
Concursul de ocupare a posturilor / catedrelor vacante în învățământul preuniversitar
Probă scrisă la MATEMATICĂ
18-19 iulie 2005 **Varianta 2**

NOTĂ. Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu. Timp de lucru efectiv 4 ore.

SUBIECTUL I (20p)

Se consideră numărul complex $z = a + bi$, cu $a, b \in \mathbf{R}$ şi notăm $\overline{z} = a - bi$.

(4p) **a)** Să se calculeze $z + \overline{z}$.

(4p) **b)** Să se calculeze $z \cdot \overline{z}$.

(4p) **c)** Să se verifice că $z^2 - 2az + a^2 + b^2 = 0$.

(2p) **d)** Utilizând metoda inducției matematice , să se arate că $\forall n \in \mathbf{N}$, $n \geq 2$, există $a_n, b_n \in \mathbf{R}$, astfel încât $z^n = a_n \cdot z + b_n$.

(2p) **e)** Să se arate că pentru $\forall w \in \mathbf{C}$ şi $\forall n \in \mathbf{N}, n \geq 2$, există polinomul cu coeficienți reali $f = X^n + pX + q$, cu proprietatea că $f(w) = 0$.

(2p) **f)** Să se arate că pentru $\forall s \in \mathbf{C}$ şi $\forall n \in \mathbf{N}, n \geq 2$, există polinomul cu coeficienți reali $h = X^n + cX^{n-1} + d$, cu proprietatea că $h(s) = 0$.

(2p) **g)** Să se arate că există un număr complex care nu poate fi rădăcină pentru nici un polinom $g \in \mathbf{R}[X]$, de forma $g = X^n + r$, $\forall n \in \mathbf{N}$, $n \geq 1$.

SUBIECTUL II (20p)

În sistemul de coordonate xOy se consideră mulțimea L formată din toate punctele cu ambele coordonate întregi şi mulțimea D formată din toate dreptele care trec prin cel puțin două puncte din mulțimea L.

(4p) **a)** Să se arate că orice triunghi cu toate vârfurile în mulțimea L are dublul ariei egal cu un număr întreg.

(4p) **b)** Să se arate că un poligon regulat cu n laturi $(n \geq 3)$ şi cu latura de lungime l, are aria egală cu $\frac{n}{4} l^2 ctg \frac{\pi}{n}$.

(4p) **c)** Să se arate că nu există nici un poligon regulat cu 8 laturi şi cu toate vârfurile în mulțimea L.

(2p) **d)** Să se arate că pe orice dreaptă din mulțimea D se află o infinitate de puncte din mulțimea L .

(2p) **e)** Să se arate că orice punct din plan care are ambele coordonate numere raționale, se află pe o dreaptă din mulțimea D .

(2p) **f)** Să se găsească un punct $P(a,b)$ cu proprietatea că nu se află pe nici o dreaptă din mulțimea D .

(2p) **g)** Să se arate că, dacă avem în plan o mulțime M finită de puncte cu proprietatea că orice dreaptă care trece prin două puncte din mulțimea M, mai trece prin cel puțin un punct din mulțimea M, atunci toate punctele mulțimii M sunt pe o dreaptă.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2}$ şi şirurile $(a_n)_{n\geq 1}$, $(b_n)_{n\geq 1}$ şi $(c_n)_{n\geq 1}$

$a_n=\frac{1}{\sqrt[3]{1}}+\frac{1}{\sqrt[3]{2}}+...+\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$, $b_n=a_n-f(n)$, $c_n=a_n-f(n+1)$, $\forall n\in\mathbf{N}$, $n\geq 1$.

(4p) **a)** Să se calculeze $f'(x)$, $x\in(0,\infty)$.

(3p) **b)** Să se arate că funcția f' este strict descrescătoare pe intervalul $(0,\infty)$.

(2p) **c)** Utilizând teorema lui *Lagrange*, să se arate că $\forall k\in(0,\infty)$, există $c\in(k,k+1)$, astfel încât $f(k+1)-f(k)=\frac{1}{\sqrt[3]{c}}$.

(2p) **d)** Să se arate că $\frac{1}{\sqrt[3]{k+1}}<\frac{3}{2}\sqrt[3]{(k+1)^2}-\frac{3}{2}\sqrt[3]{k^2}<\frac{1}{\sqrt[3]{k}}$, $\forall k\in(0,\infty)$.

(2p) **e)** Să se arate că şirul $(b_n)_{n\geq 1}$ este strict descrescător iar şirul $(c_n)_{n\geq 1}$ este strict crescător.

(3p) **f)** Să se arate că şirurile $(b_n)_{n\geq 1}$ şi $(c_n)_{n\geq 1}$ sunt convergente şi au aceeaşi limită.

(2p) **g)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty} a_n$.

(2p) **h)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{n^2}\left(\frac{1}{\sqrt[3]{n+1}}+\frac{1}{\sqrt[3]{n+2}}+...+\frac{1}{\sqrt[3]{n^3-1}}+\frac{1}{\sqrt[3]{n^3}}\right)$.

SUBIECTUL IV (30p)

1. Descrieți, la alegere, una dintre următoarele metode de învățământ: *simularea, expunerea, modelarea, metoda lucrului cu manualul*, prezentând:
a) definiția;
b) caracterizarea metodei;
c) un exemplu de utilizare a metodei la disciplina de concurs.

(9p.)

2. Alegeți unul dintre următoarele mijloace de învățământ: *fişele de lucru*, *hărțile*, *aparatele şi instrumentele de laborator, calculatorul,* şi precizați:
a) modul său de integrare în activitatea didactică cu elevii (predare / învățare / evaluare);
b) un exemplu de utilizare adecvată a respectivului mijloc de învățământ la disciplina de concurs, pe o temă la alegere.

(9p.)

3. Elaborați, pentru disciplina la care susțineți acest concurs, o probă de evaluare formativă / curentă, care să conțină:
a) trei itemi, cîte unul, la alegere, dintre următoarele tipuri: *eseu nestructurat; cu alegere duală; enunț lacunar (de completare)*; *item de tip pereche;*
b) baremul de corectare al probei de evaluare (răspunsul corect pentru fiecare item şi distribuirea punctajului de 100 de puncte, dintre care 10 puncte se acordă din oficiu).

(12p.)

MINISTERUL EDUCAȚIEI ŞI CERCETĂRII
Concursul de ocupare a posturilor / catedrelor vacante în învățământul preuniversitar

Varianta 2

BAREM DE CORECTARE LA MATEMATICĂ

Notă:

- **Pentru orice soluție corectă, diferită de cea din barem, se acordă punctajul maxim corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct , dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

Oficiu		**(10p)**		
I.(20p)	**a)**	**(4p)**	**(4p)**	Calculul sumei
	b)	**(4p)**	**(4p)**	Calculului produsului
	c)	**(4p)**	**(4p)**	Verificarea cerinței
	d)	**(2p)**	**(1p)**	Verificarea
			(1p)	$P_n \Rightarrow P_{n+1}$
	e)	**(2p)**	**(2p)**	Demonstrarea cerinței
	f)	**(2p)**	**(2p)**	Demonstrarea cerinței
	g)	**(2p)**	**(2p)**	Demonstrarea cerinței
II.(20p)	**a)**	**(4p)**	**(4p)**	Demonstrarea cerinței
	b)	**(4p)**	**(4p)**	Demonstrarea cerinței
	c)	**(4p)**	**(4p)**	Demonstrarea cerinței
	d)	**(2p)**	**(2p)**	Demonstrarea cerinței
	e)	**(2p)**	**(2p)**	Demonstrarea cerinței
	f)	**(2p)**	**(2p)**	Găsirea punctului
	g)	**(2p)**	**(2p)**	Demonstrarea cerinței
III.(20p)	**a)**	**(4p)**	**(4p)**	Calculul derivatei
	b)	**(3p)**	**(3p)**	Demonstrarea monotoniei
	c)	**(2p)**	**(2p)**	Demonstrarea cerinței
	d)	**(2p)**	**(2p)**	Câte **(1p)** pentru fiecare inegalitate
	e)	**(2p)**	**(2p)**	Câte **(1p)** pentru fiecare monotonie
	f)	**(3p)**	**(2p)**	Câte **(1p)** pentru fiecare şir convergent
			(1p)	Egalitatea limitelor
	g)	**(2p)**	**(2p)**	Calculul limitei
	h)	**(2p)**	**(2p)**	Calculul limitei

IV.(30p)

1. (9p.)

a) Se acordă **3p.** pentru o definiție corect şi complet formulată;
b) Se acordă **3p.** pentru caracterizarea corectă şi completă a metodei alese;
c) Se acordă **3p.** pentru un exemplu adecvat de utilizare a metodei alese la disciplina de concurs.

2. (9p.)

a) Se acordă **4p.** pentru prezentarea modului de integrare în activitatea didactică;
b) Se acordă **5p.** pentru exemplificarea adecvată.

3. (12p.)

a) a) Se acordă câte **2p.** pentru fiecare item corect formulat **(3 x 2p. = 6p.)**
b) Se acordă **6p.** pentru baremul corect formulat, distribuite astfel:
- câte **1p.** pentru indicarea răspunsului corect pentru fiecare item **(3 x 1p. = 3p.)**
- câte **1p.** pentru distribuirea punctajului indicat **(3 x 1p. = 3p.)**