



100
2010

Anul Matematicii în
Școala Românească
www.anulmatematicii.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICA ,ETAPA JUDETEANA 24 APRILIE 2010 CLASA a VI BAREM DE NOTARE

Subiectul I

a) Dacă $x = 0 \Rightarrow \frac{y}{y+z} = 0 \Rightarrow y = 0$, fals.....2p

Analog pentru oricare număr.....1p

b) $S = \frac{x}{x+y} + \frac{y}{y+z} + \frac{z}{z+x}$, $T = \frac{y}{x+y} + \frac{z}{y+z} + \frac{x}{z+x}$ 1p

$S+T=3$ și cum $S=1$ rezulta $T=2$3p

Subiectul II

a) $\frac{k}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (k+1)} = \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot k} - \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (k+1)}$ 2p

$S = 1 - \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2010} < 1$ 1p

b) $\frac{2^k \cdot k}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (k+2)} = \frac{2^k}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (k+1)} - \frac{2^{k+1}}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot (k+2)}$ 3p

$T = 1 - \frac{2^{2011}}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot 2012} < 1$ 1p

Subiectul III

$n = 13a + 3 = 13a + 29 - 26 = 13(a - 2) + 29$; $n = 17b + 12 = 17b + 29 - 17 = 17(b - 1) + 29$ 2p

$n - 29 = M_{13}$, $n - 29 = M_{17} \Rightarrow n - 29 = M_{221} \Rightarrow n = 221k + 29, k \in \mathbb{N}$ 2p

Din ipoteza rezulta $1000 \leq 221k + 29 \leq 9999 \Rightarrow \frac{971}{221} \leq k \leq \frac{9970}{221}, k \in \mathbb{N} \Rightarrow k \in \{5, 6, \dots, 45\}$ 2p

$S = 221(5+6+\dots+45)+29 \times 41$ și finalizare.....1p

Subiectul IV

Considerăm punctul F între C și E astfel încât $FE=BC$. $\triangle BDC \cong \triangle DFE$ (LUL)3p

Rezulta $DF=DC$, deci triunghiul CDF este isoscel cu un unghi de 60° , deci triunghiul CDF este echilateral.....2p

$AD=CE$, deci $AC+CD=CF+FE$, deci $AC+FE$, deci $AC+BC$, adică triunghiul ABC este isoscel cu un unghi de 60° , deci este echilateral..... 2p

