CLASA A VI-A

SOLUȚII ȘI BAREM DE CORECTARE

1. Cum $\frac{n}{2}=k^2 \Rightarrow 2\,|\,n$, $\frac{n}{7}=l^3 \Rightarrow 7\,|\,n$. **(2p).** Din minimitatea lui n avem că $n=2^a\cdot 7^b$, $a,b\in\mathbb{N}^*$ **.(2p)**

   Deci $\frac{n}{2}=2^{a-1}\cdot 7^b=k^2 \Rightarrow a-1=par\,,b=par$ și $\frac{n}{7}=2^a\cdot 7^{b-1}=l^3 \Rightarrow 3\,|\,a\,,3\,|\,b-1$. Din toate acestea, rezultă valorile minime : $a=3\,,b=4 \Rightarrow n=2^3\cdot 7^4$. **(2p)**

2. Dacă toate punctele sunt de o parte a lui A sau de o parte a lui B , suma distanțelor la cele 2 puncte este diferită . **(1p)**

   Dacă avem i puncte la stânga lui A și $n-i$ puncte la stânga lui B, atunci notând $AB=a$, vom avea : $P_1A+...+P_iA+(n-i)a+P_{i+1}B+...+P_nB=$

   $i\cdot a+P_1A+...+P_iA+P_{i+1}B+...+P_nB \Rightarrow a(n-2i)=0$,**(2p)** deci n nu poate fi impar.**(1p)**

   Dacă $n=2k=$par, atunci există o așezare care convine : k puncte la stânga lui A și simetricele lor față de mijlocul segmentului $[AB]$. **(2p)**

3. Proporția este echivalentă cu $b(3-a)=4a+3$.**(1p).** Observăm că $a=3$ nu convine.**(1p).** Pentru $a\neq 3$ avem $b=\frac{4a+3}{3-a}$. Cum $a,b\in\mathbb{N}^* \Rightarrow 3-a\in\mathbb{N}^*$ și $3-a\,|\,(4a+3)$.**(1p).** Se obține $a=2$

   $a=2, b=11$. **(3p)**

   Metoda II

   Proporția dată se poate scrie : $\frac{5a}{4a+3}=\frac{b-1}{b}$. Cum $\frac{b-1}{b}<1$ se impune condiția

   $5a<4a+3 \Rightarrow a=2, b=11$.

4. $\overline{2009abc}=2009\cdot 1000+\overline{abc}\,,\overline{abc2009}=\overline{abc}\cdot 10000+2009 \Rightarrow \overline{abc}\,|\,2009000\,,\overline{abc}\,|\,2009$.**(3p)**

   Cel mai mare divizor comun al acestor numere fiind $7^2\cdot 41 \Rightarrow \overline{abc}=7\cdot 41=287$ **(3p)**