

SOLUȚII ȘI BAREM DE CORECTARE

1. Dacă  $\sqrt{x} + \sqrt{y} = 0 \Rightarrow x = y = 0 \in \mathbb{Q}$ . (1p) Dacă  $\sqrt{x} + \sqrt{y} > 0$  atunci  $\sqrt{x} - \sqrt{y} = \frac{x-y}{\sqrt{x} + \sqrt{y}} \in \mathbb{Q}$ .

Adunând vom obține că  $\sqrt{x} \in \mathbb{Q}$ , deci și  $\sqrt{y} \in \mathbb{Q}$ . (5p)

2. a) Împărțim intervalul  $[0,1]$  în 10 subintervale egale. Aplicăm principiul cutiei. Rezultă concluzia. (3p)

b) Cea mai mare diferență de forma  $\frac{(k+1)^3}{10^3} - \frac{k^3}{10^3}$ ,  $k \in \{0,1,\dots,9\}$  se obține pentru  $k = 9$  și anume  $\frac{271}{1000}$ . Aplicăm principiul cutiei. Rezultă, concluzia. (3p)

3. Ecuația este echivalentă cu:  $(a+2b+1)(2a+b+1) = -3$ . (3p) Prin considerarea celor 4 cazuri vor rezulta doar soluțiile:  $(-2,2); (2,-2)$ . (3p)

4. a)  $\triangle OMB \sim \triangle D'DB \Rightarrow \frac{OM}{D'D} = \frac{OB}{D'B} \Rightarrow l = 16$  (2p)

b)  $d(P, (BDD')) = d(A, (BDD')) = OA = 8\sqrt{2}$  (2p)

c)  $\cos(\sphericalangle POA) = \frac{4\sqrt{2}}{9}$  (2p)