

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA LOCALĂ, 13.02.2010
Clasa a X-a

1. (7p) Există funcții injective $f : (0, \infty) \rightarrow R$ astfel încât :

$$f(x) + f(\sqrt{x}) + f(x^2) = 2009, \forall x > 0?$$

Gazeta Matematică

2. Fie $z_1, z_2 \in C$, astfel încât $|z_1| = |z_2|, \alpha \in R$. Demonstrați că:

(3p) a) $|\alpha z_1 + z_2| = |z_1 + \alpha z_2|$.

(4p) b) $n|z_1 + z_2| \leq 2|(n-1)z_1 + z_2|, \forall n \in N, n \geq 2$.

Adriana Pașca

3. (7p) Fie $x \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$ și numerele m, n reale, nenule, astfel încât

$$(\cos x)^{m+1} = \sin x \text{ și } (\sin x)^{n+1} = \cos x.$$

Comparați numerele m și n .

Ioana Aleman și Mioara Macrea

4. (7p) Determinați valorile lui $x \in R$ pentru care este definit logaritmul:

$$\log_{\sqrt[2010]{-x}} \left(\frac{2^x - 1}{2^x + 1} - 3^{-x} \right).$$

Livia Băcilă și Alina Tintea

Notă: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 3 ore.