

# INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN SIBIU

## OLIMPIADA DE MATEMATICĂ FAZA LOCALĂ, 13.02.2010 Clasa a VII-a

1. Rezolvați ecuațiile:

(3p) a)  $\frac{x - \sqrt{2}}{x - \sqrt{3}} = \frac{x - \sqrt{3}}{x - \sqrt{2}}, x \in \mathbf{R} - \{\sqrt{2}, \sqrt{3}\}.$

(3p) b)  $\frac{y + \sqrt{2}}{y + \sqrt{3}} = \frac{y^2 + 2\sqrt{3}}{y^2 + 3\sqrt{2}}, y \in \mathbf{R} - \{-\sqrt{3}, 0\}.$

(1p) c) Dacă  $x$  și  $y$  sunt soluțiile ecuațiilor precedente, demonstrați că  $y > x > \frac{y}{x}.$

Teodor Mărcuț

2. Pe o tablă de șah  $2009 \times 2009$  sunt așezați  $2009^2$  pioni, câte unul în fiecare căsuță. Fiecare pion se mută într-o căsuță, care are o latură comună cu căsuța lui.

(3p) a) Determinați numărul de mutări posibile ale pionilor, în ansamblul lor.

(4p) b) Arătați că rămâne o căsuță liberă.

Gazeta Matematică

3. Pe latura  $[BC]$  a triunghiului echilateral  $ABC$  se consideră un punct oarecare  $M$ . Prin  $M$  se construiesc paralelele  $MP$  și  $MN$  la laturile  $AC$ , respectiv  $AB$ ,  $P \in [AB]$ ,  $N \in [AC]$ .

(4p) a) Dacă  $AM$  și  $PN$  se intersectează în punctul  $O$ , arătați că  $2AO = PC$ .

(3p) b) Dacă  $PC$  intersectează  $AM$  și  $MN$  în  $S$ , respectiv în  $T$ , iar  $m(\angle MPN) = 90^\circ$ , demonstrați că  $3MT = NC$ .

Delia Șerb și Simona Dumitrescu

4. Se consideră triunghiul  $ABC$  și  $M \in (AB)$  astfel încât  $\frac{MA}{MB} = k, 0 < k \leq 1$ . Construim

$MN \parallel BC, (N \in AC), MP \parallel AC, (P \in BC)$  și  $PQ \parallel AB, (Q \in AC)$ .

(3p) a) Demonstrați că punctele  $N$  și  $Q$  sunt simetrice față de mijlocul laturii  $[AC]$ .

(3p) b) Calculați lungimea segmentului  $[NQ]$ , cunoscând  $AC = a$ .

(1p) c) Pentru ce poziție a lui  $M$  obținem  $N = Q$ ?

\*\*\*

**Notă:** Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp efectiv de lucru: 3 ore.