

Barem de corectare OLM Clasa a VIII-a

1. a) $a > -1 \Rightarrow (-\infty, a-1] \cap [2a, \infty) = \Phi$ (1p)

$a = -1 \Rightarrow (-\infty, a-1] \cap [2a, \infty) = \{-2\}$ (1p)

$a < -1 \Rightarrow (-\infty, a-1] \cap [2a, \infty) = [2a, a-1]$ (1p)

b) $x^2 \leq 45 \Rightarrow x \in \{-6, -5, -4, \dots, 5, 6\}$ (2p)

$x^2 \geq 20 \Rightarrow x \in \{-6, -5, 5, 6\}$ (1p)

Singurul număr care verifică ecuația este -6.....(1p)

2. Notăm $4^n = x \Rightarrow x^3 + 3x^2 - 4 = (x-1)(x+2)^2$ (2p)

$4^n + 2 = (3+1)^n + 2 = (M_3 + 3):3 \Rightarrow (4^n + 2)^2 : 9$ (2p)

$(4^n + 2):2 \Rightarrow (4^n + 2)^2 : 4$ (1p)

$(4^n - 1):3$ (1p)

Deoarece $(4,9)=1$, $3 \cdot 4 \cdot 9=108$ divide A.....(1p)

3. a) $\Delta C'AC \equiv \Delta B'AB$ (IU) $\Rightarrow [CC'] \equiv [BB']$ (2p)

$CBB'C'$ dreptunghi $\Rightarrow CB \parallel B'C'$ (2p)

b) Din inegalitatea triunghiului $AB'C'$, eventual degenerate, avem $B'C' \leq AB' + AC'$ (1p)

$a\sqrt{2} \leq a \cos u + a \cos u \Leftrightarrow \cos u \geq \frac{\sqrt{2}}{2}$ (1p)

$0^\circ \leq u \leq 45^\circ$ (1p)

4. a) Din teorema celor 3 perpendiculare avem $PE \perp DM$ (1p)

ΔDON dreptunghic isoscel ($AC \cap DM = \{N\}$)(1p)

$DN = 6cm, OE = 3cm$ (1p)

$d(P, DM) = PE = 5cm$ (1p)

b) $OT \perp AD$, deci $PT \perp AD$; în plus, $OT \perp AD, OR \perp PT$ și din reciproca teoremei celor 3 perpendiculare avem $OR \perp (PAD)$, deci $d(O, (PAD)) = OR$ (1p)

$AD = 2\sqrt{17}, OT = \frac{15}{\sqrt{17}}$ (1p)

$PT = \sqrt{\frac{497}{17}}, OR = \frac{60}{\sqrt{497}}$ (1p)

