

Barem de corectare OLM Clasa a VI-a

1. a) Avem $b = \frac{4}{7}a$ și $c = \frac{22}{21}a$, $S = \frac{55}{21}a$ și $P = \frac{88}{147}a^3$ (1p)

Cum $S \mid P$, $a, b, c \in \mathbb{N}$, $\Rightarrow 5 \mid \frac{8}{7}a^2$ și $21 \mid a$, deci $a = 21 \cdot 5k$ (1p)

Așadar $S = 55 \cdot 5k = 275k$, deci se divide cu 275.....(1p)

b) $\frac{P}{S} = \frac{8}{35}a^2 = 24 \cdot 105k^2 = 2520k^2$ (2p)

c) Pentru $k = 1$, avem cele mai mici valori: $a = 105$, $b = 60$, $c = 110$(2p)

2. a) $n = 2,0(238095)$(2p)

a 2010-a zecimală a lui n este 9 deoarece $(2010 - 1) : 6 = 334$ rest 5.....(1p)

b) Avem $\frac{1}{2 \cdot 3} < \frac{1}{2^2} < \frac{1}{1 \cdot 2}, \frac{1}{3 \cdot 4} < \frac{1}{3^2} < \frac{1}{2 \cdot 3}, \dots, \frac{1}{2010 \cdot 2011} < \frac{1}{2010^2} < \frac{1}{2009 \cdot 2010}$ (2p)

Prin însumarea inegalităților rezultă: $\frac{1}{2} - \frac{1}{2011} < S < \frac{1}{1} - \frac{1}{2010}$ (1p)

Finalizare.....(1p)

3. a). $A_n A_{n+1} = 2 \cdot n - 1 \text{ cm} \Rightarrow A_{23} A_{24} = 2 \cdot 23 - 1 = 45 \text{ cm}$(1p)

$A_{41} A_{45} = A_{41} A_{42} + A_{42} A_{43} + A_{43} A_{44} + A_{44} A_{45} =$(1p)

$= 2 \cdot 41 - 1 + 2 \cdot 42 - 1 + 2 \cdot 43 - 1 + 2 \cdot 44 - 1 = 336 \text{ cm}$(1p)

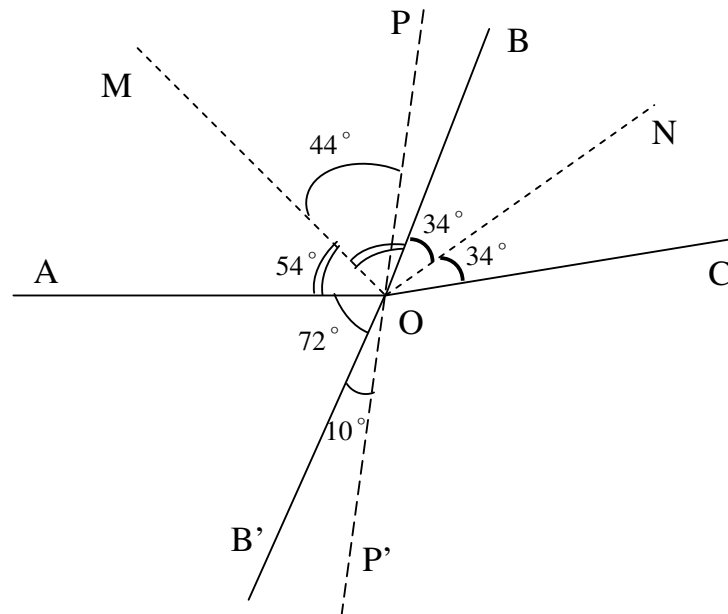
b) $A_1 A_{2010} = A_1 A_2 + A_2 A_3 + A_3 A_4 + \dots + A_{2009} A_{2010}$ (1p)

$A_1 A_{2010} = 1 + 3 + 5 + \dots + 4017 = 1 + 2 + 3 + \dots + 4018 - 2 - 4 - \dots - 4018$ (1p)

$= \frac{4018 \cdot 4019}{2} - 2 \cdot (1 + 2 + \dots + 2009) = 2009^2$ (1p)

$A_1 M = \frac{A_1 A_{2010}}{2} \Rightarrow A_1 M = \frac{2009^2}{2} \text{ cm}$(1p)

4.



$$m(\angle AOP') = 180^\circ - m(\angle AOP) = 180^\circ - [m(\angle AOM) + m(\angle MOP)] =$$

$$= 180^\circ - (54^\circ + 44^\circ) = 180^\circ - 98^\circ = 82^\circ \dots\dots\dots(3p)$$

$$m(\angle AOB') = m(\angle AOP') - m(\angle B'OP') = 72^\circ \dots\dots\dots(1p)$$

$$m(\angle BOB') = m(\angle BOP) + m(\angle POM) + m(\angle MOA) + m(\angle AOB') =$$

$$= 10^\circ + 44^\circ + 54^\circ + 72^\circ = 180^\circ \dots\dots\dots(2p)$$

Deci punctele B, O, B' sunt coliniare.....(1p)

Sau

B și B' sunt în semiplane opuse.....(2p)

$m(\angle POB) = 10^\circ = m(\angle P'OB')$, deci unghiurile sunt opuse la vârf.....(3p)

Semidreptele $[OB$ și $[OB'$ sunt opuse, deci B, O, B' sunt coliniare.....(2p)