R O M Â N I A

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII,

TINERETULUI ŞI SPORTULUI

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEȚEAN ARGEŞ

Olimpiada Națională de Matematică
- etapa locală - 13.02.2010
Barem de corectare – Clasa a V-a – varianta 1

1. $3^{41} = 3^1 \cdot 3^{40} =$ 2p

$= 3^{40} + 3^{40} + 3^{40} =$ 2p

$= (3^{20})^2 + (3^{10})^4 + (3^8)^5$ 2p

Finalizare $x = (3^{20})^2$, $y = (3^{10})^4$, $z = (3^8)^5$ 1p

2. a) Din a = b = c $\Rightarrow$ $\frac{3x+y}{4y+3} = \frac{4y+1}{9} = \frac{11}{3x+y} = \frac{3x+5y+12}{3x+5y+12} = 1$ 1p

$\Rightarrow$ 4y + 1 = 9 $\Leftrightarrow$ y = 2 , ... 1p

din 3x + y = 11$\Rightarrow$ 3x + 2 = 11$\Rightarrow$ x =3 , deci numerele căutate sunt x =3 şi y = 2 ..... 1p

b) Se notează împărțitorul cu n , restul cu r , iar câturile cu a, b, c, r < n ≤67, n≥ 10. Din enunț se obține că: 67 : n = a rest r, 139 : n = b rest r, 187 : n = c rest r şi aplicând teorema împărțirii cu rest: 67 = n . a + r, 139 = n . b + r, 187 = n . c + r 1p

Scăzând aceste relații două câte două se obține: 120 = n . (c – a), 72 = n . (b – a), 48 = n . (c – b) $\Rightarrow$ n este un divizor comun al numerelor 120, 72 şi 48. .... 1p

(120, 72, 48) = 24 $\Rightarrow$ n$\in$ D_{24}, n ≥10$\Rightarrow$ 1p

n = 24, caz în care r = 19 sau n = 12, caz în care r = 3. Deci problema are două soluții. 1p

3. 5^3=125<360; 5^4=625>360 $\Rightarrow$ măsurile unghiurilor în jurul lui O sunt de forma 5^0; 5^1; 5^2 sau 5^3 grade 3p

$2 \cdot 5^3$ =250<360 ; $3 \cdot 5^3$ =375>360 $\Rightarrow$numărul maxim de unghiuri cu măsura 5^3 grade este 2 .... 1p

Numărul maxim de unghiuri cu măsura 5^2 grade este 4 .... 1p

Numărul maxim de unghiuri cu măsura 5^1 grade este 2 .... 1p

$2 \cdot 5^3 + 4 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^1 = 360$ $\Rightarrow$ cel mai mic număr de unghiuri în condițiile date este 2+4+2=8 unghiuri 1p

4. a) m(∢MON) = 75^0 $\Rightarrow$ m(<AOC) = 150^0 .... 1 p

$\frac{m(<BOC)}{2} = \frac{m(<AOB)}{3} = k \Rightarrow m(<BOC) = 2k, m(<AOB) = 3k$ .... 1 p

m(∢AOB) = 90^0 şi m(∢BOC) = 60^0 .... 1 p

b) OP $\perp$ OM $\Rightarrow$ m(<MOP) = 90^0, [ON bisectoare $\Rightarrow$ m(<NOC) = 30^0 .... 1 p

m(<MOC) = 180^0 - m(<AOM) = 105^0 .... 1 p

m(<COP) = m(<MOC) – m(<MOP) = 15^0 .... 1 p

Finalizare .... 1 p