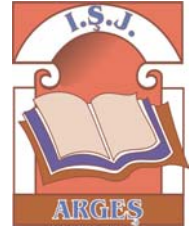




**ROMÂNIA**  
**MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII,**  
**TINERETULUI ȘI SPORTULUI**  
**INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN ARGEȘ**



$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} \geq 2\sqrt{\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{b}} \dots\dots\dots 1 \text{ p}$$

$$\frac{1}{b} + \frac{1}{c} \geq 2\sqrt{\frac{1}{b} \cdot \frac{1}{c}} \dots\dots\dots 1 \text{ p}$$

$$\frac{1}{c} + \frac{1}{a} \geq 2\sqrt{\frac{1}{c} \cdot \frac{1}{a}} \dots\dots\dots 1 \text{ p}$$

Adunând cele 3 relații, obținem:  $2 \geq 2\left(\frac{\sqrt{ab}}{ab} + \frac{\sqrt{bc}}{bc} + \frac{\sqrt{ca}}{ca}\right) \dots\dots\dots 1 \text{ p}$

Aducând la același numitor, obținem cerința problemei ..... 1 p

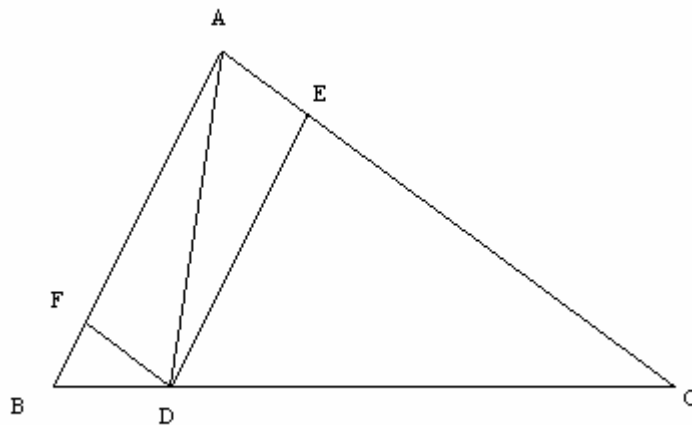
4. Construim  $DE \parallel AB$  și  $DF \parallel AC \Rightarrow AF = DE$  și  $AE = DF$  ..... 1p

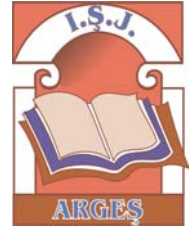
$$\triangle CDE \sim \triangle CBA \Rightarrow \frac{CD}{BC} = \frac{DE}{AB} \Leftrightarrow AB \cdot DC = BC \cdot DE \dots\dots\dots 2p$$

$$\triangle BDF \sim \triangle BCA \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{DF}{AC} \Leftrightarrow AC \cdot BD = BC \cdot DF \dots\dots\dots 1p$$

$$AB \cdot DC + AC \cdot BD = BC \cdot (DE + DF) = BC \cdot (AF + DF) > BC \cdot AD \dots\dots\dots 2p$$

Dacă  $D = B$  sau  $D = C$  avem egalitate ..... 1p





**Olimpiada Națională de Matematică**  
**- etapa locală - 13.02.2010**  
**Barem de corectare – Clasa a VII-a – varianta 1**

1.  $4x^2 + 9xy + 5y^2 = 0 \Leftrightarrow 4x^2 + 4xy + 5xy + 5y^2 = 0 \Leftrightarrow \dots\dots\dots 2p$   
 $\Leftrightarrow 4x(x + y) + 5y(x + y) = 0 \Leftrightarrow (x + y)(4x + 3y) = 0 \Rightarrow \dots\dots\dots 2p$   
 $\Rightarrow x = -y$  sau  $x = -\frac{5y}{4} \dots\dots\dots 1p$

Pentru  $x = -y \Rightarrow \frac{2x + 3y}{3x + 4y} = 1 \in \mathbb{N} \dots\dots\dots 1p$

Pentru  $x = -\frac{5y}{4} \Rightarrow \frac{2x + 3y}{3x + 4y} = 2 \in \mathbb{N} \dots\dots\dots 1p$

2. 1.  $\frac{3a}{b+5c} = \frac{b}{3a+5c} = \frac{5c}{3a+b} = \frac{3a+b+5c}{6a+10c+2b} = \frac{3a+b+5c}{2(3a+b+5c)} = \frac{1}{2} \dots\dots\dots 2p$

$\frac{3a}{b+5c} = \frac{1}{2} \Rightarrow b+5c = 6a : 2 \Rightarrow 2b+10c = 12a \quad (1)$

$\frac{b}{3a+5c} = \frac{1}{2} \Rightarrow 2b = 3a+5c \quad (2)$

$\frac{5c}{3a+b} = \frac{1}{2} \Rightarrow 10c = 3a+b \quad (3) \dots\dots\dots 2p$

Din (1) și (2)  $\Rightarrow 3a+5c+10c = 12a \Rightarrow 15c = 9a \Rightarrow c = \frac{9}{15}a \Rightarrow c = \frac{3}{5}a \quad (4) \dots\dots\dots 1p$

Din (3) și (4)  $\Rightarrow 10c = 3a+b \Rightarrow 10 \cdot \frac{3}{5}a = 3a+b \Rightarrow 3a = b \Rightarrow b = 3a \quad (5) \dots\dots\dots 1p$

Înlocuind (4) și (5) în relația cerută  $\Rightarrow$

$\left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{5c}\right)(2a+b+5c) = \left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{3a} + \frac{1}{3a}\right)\left(2a+3a+5 \cdot \frac{3}{5}a\right) = \left(\frac{1}{2a} + \frac{2}{3a}\right)8a = \frac{7}{6a} \cdot 8a = \frac{28}{3} \dots\dots\dots 1p$

3. Înmulțim relația  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$  cu 2 și obținem  $\frac{2}{a} + \frac{2}{b} + \frac{2}{c} = 2 \dots\dots\dots 1p$

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2 \dots\dots\dots 1p$

Folosind inegalitatea mediilor, obținem: