



Olimpiada Națională de Matematică
- etapa locală - 13.02.2010
Clasa a VII-a

Varianta 1

SUBIECTE:

1. Arătați că numere reale x și y astfel încât $4x^2 + 9xy + 5y^2 = 0$ atunci $\frac{2x+3y}{3x+4y} \in \mathbb{N}$.

Prof. Ion Angela, Școala 6 - Pitești

2. Fie numerele raționale a, b, c astfel încât $\frac{3a}{b+5c} = \frac{b}{3a+5c} = \frac{5c}{3a+b}$.

Calculați $\left(\frac{1}{2a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{5c}\right)(2a+b+5c)$.

prof. Antonescu Liliana, Șc. "Liviu Rebreanu" Mioveni

3. Dacă a, b, c sunt numere naturale nenule și $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$, arătați că

$$a\sqrt{bc} + b\sqrt{ca} + c\sqrt{ab} \leq abc.$$

G.M. 5/2009

4. Fie triunghiul ABC și punctul $D \in [BC]$. Demonstrați că

$$AB \cdot DC + AC \cdot BD \geq AD \cdot BC.$$

Virginia Tică și Vasile Tică, Câmpulung

Notă:

Toate subiectele sunt obligatorii.

Timp de lucru 3 ore.