100
2010
Anul Matematicii în
Şcoala Românească
www.anulmatematicii.ro

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
FAZA PE SECTOR
BUCUREŞTI , 13.02.2010
CLASA a VIII-a

1. Fie $x, y \in \mathbb{Q}_+$ pentru care $\sqrt{x}+\sqrt{y} \in \mathbb{Q}$. Să se arate că $\sqrt{x}, \sqrt{y} \in \mathbb{Q}$.

(Viorel Chinan)

2. Fie $t_1, t_2, ..., t_{11} \in (0,1) \setminus \mathbb{Q}$. Să se arate că :
   a) Există cel puţin două numere t_i, t_j distincte pentru care $|t_i - t_j| \leq 0,1$.
   b) Există cel puţin două numere t_i, t_j distincte pentru care $|t_i^3 - t_j^3| \leq 0,271$.

(Florea Costache)

3. Determinaţi perechile de numere $(a,b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ care verifică egalitatea :
$$2(a+b)^2 + 3(a+b) + ab + 4 = 0$$

(Gazeta Matematică)

4. În cubul $ABCDA'B'C'D'$, O este centru feţei ABCD şi $OM = d(O, BD') = \frac{8\sqrt{6}}{3}$.
   Fie $P \in (AA'), PA = 7 \cdot PA'$. Să se determine :
   a) Muchia cubului
   b) Distanţa $d(P, (B'BD'))$
   c) Cosinusul unghiului $((PBD),(BCD))$

Notă
Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă note cuprinse între 1 şi 7 pentru fiecare subiect.
Timp efectiv de lucru : 3 ore.